

## THE MODELING OF STABILITY OF MECHANICAL COPONENT BASED ON DAMPSTER-SHAFER THEORY

Katarzyna Topolska, Wojciech Walkowiak

Politechnika Wroclawska, Wydział Mechaniczny  
Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn  
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław  
e-mail: katarzyna.topolska@pwr.wroc.pl, e-mail: wojciech.walkowiak@pwr.wroc.pl  
tel/ fax +48 71 3477918

Mariusz Topolski

Politechnika Wroclawska, Wydział Elektroniki  
Katedra Systemów i Sieci Komputerowych  
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław  
e-mail: mariusz.topolski@pwr.wroc.pl

### Abstract

The paper introduces basic elements of Dempster-Shafer theory and its comparison with applied uses in modeling. The authors present model of determine of non-damage parameters of mechanical objects and suggestion synthesis of information by using Dempster rule of combination. The model bases on rule of experts and determines decision areas and assigns them value of allocation function of probability, which is base of knowledge about given problem. Base on rules of experts the function of mass was determined and used to calculations of conviction function. In analysis was assumed part-specification model without supplement of missing specification. The effectiveness of algorithm for different number of expert rules was studied. The experts was named the specialists attend to investigate combustion engines and their parts, and have knowledge about necessary information for definition of exploitation ability for every element of machine. The results of performed works on the implementation real data during laboratory-research.

**Keywords:** combustion engines, combustion processes, modelling, ceramic coating, durability

## MODELOWANIE TRWAŁOŚCI ELEMENTU MECHANICZNEGO Z WYKORZYSTANIEM TEORII DEMPSTERA - SHAFERA

### Streszczenie

W pracy przedstawiono podstawy teorii Dempstera-Shafera i porównano je z probabilistyką stosowaną w modelowaniu. Przedstawiono również model wyznaczania parametrów nieuszkodzalności obiektów mechanicznych i zaproponowano syntezę informacji wykorzystując regułę kombinacji Dempstera. Model na podstawie reguł ekspertów wyznacza obszary decyzyjne, przyporządkowuje im wartości funkcji alokacji prawdopodobieństwa, co jest bazę wiedzy o danym problemie. Na podstawie reguł ekspertów wyznaczano funkcje masy, wykorzystywane do obliczania wartości funkcji przekonania. W analizie założono model częściowo wyspecyfikowany, w którym nie uzupełnia się brakującej specyfikacji.

Zbadano również skuteczność algorytmu dla różnych ilości reguł ekspertów. Ekspertami nazywano specjalistów zajmujących się badaniem silników spalinowych i ich podzespołów, którzy dla każdego elementu indywidualnie są w stanie dostarczyć informacji potrzebnych do określenia zdolności elementu do dalszej eksploatacji. Rezultaty pracy pozwalają na implementację danych rzeczywistych podczas badań laboratoryjnych.

**Słowa kluczowe:** silniki spalinowe, procesy spalania, modelowanie, powłoka ceramiczna, trwałość

## 1. Wstęp

Ocena trwałości obiektu mechanicznego przy subiektywnym jej wyznaczeniu może okazać się nieprecyzyjna, niepełna. Rozpatrując ją w kategoriach czysto probabilistycznych może okazać się, że oszacowanie prawdopodobieństw warunkowych i bezwarunkowych jest nie możliwe. Model Bayesa ma tą wadę, że do jego opisu należy dysponować pełną specyfikacją badanego obiektu. Model oparty na teorii funkcji przekonania, zwanej inaczej teorią Dempstera-Shafera lub teorią ewidencji matematycznej nie wymaga pełnej specyfikacji badanego obiektu. Uszkodzenia pewnych elementów konstrukcji mechanicznych mają charakter nagły, zużyciowy lub starzeniowy, a zagadnienia naprawialności nie są brane pod uwagę [1]. Metody oceny niezawodności bazujące na probabilistyce mają pewne wady, którymi są: przyjęcie uproszczeń opisu danych towarzyszących obiektom mechanicznym, co może być przyczyną braku informacji o tych obiektach. Przy zaworach z powłokami ceramicznymi, możemy przyjąć, że ocena wielkości opisujących konstrukcję zaworu tj. wytrzymałość zmęczeniowa, zużycie graniczne oraz wymiar krytyczny pęknięcia, ma charakter niepewny, niepełny i często nieprecyzyjny. Czynniki zewnętrznymi są oddziaływanie temperatury na element, prędkość obrotowa wału z zamocowanym zaworem i oczywiście czas eksploatacji. Zdjęcie budowy stanowiska badawczego znajduje się na rys. 1.



Rys. 1. Stanowisko badawcze  
Fig. 1 Test bench

Wartości zmiennych, które opisują konstrukcje są subiektywne dlatego prawdopodobieństwa wystąpienia nieuszkodzalności jak i jej parametrów są wyznaczone przez model Dempstera-Shafera (zwany dalej w skrócie DS.).

## 2. Podstawy teorii Dempstera-Shafera

Przez funkcję przekonania w sensie teorii DS rozumie się taką funkcję Bel:  $2^\Theta \rightarrow [0,1]$ , że

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \in A} m(B) = 1, \quad (2.1)$$

gdzie  $m(B)$  jest funkcją masy w sensie teorii DS.

Przez funkcję masy w sensie teorii DS rozumie się funkcję  $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$  spełniającą warunki:

$$\sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1, \quad (2.2)$$

$$m(\emptyset) = 0, \quad (2.3)$$

$$\forall_{A \in 2^\Theta} m(A) \geq 0. \quad (2.4)$$

Rozpatrując dwa rozkłady  $m_1$  i  $m_2$ , można dokonać ich połączenia, otrzymując nowy rozkład bazowy  $m$ , według reguły

$$m(C) = \frac{\sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B)}{\sum_{A \cap B \neq \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B)}. \quad (2.5)$$

### 3. Matematyczny opis oceny trwałości obiektu mechanicznego

W analizowanym przypadku powłok ceramicznych element uszkodzony nie będzie podlegał naprawie, więc gotowość obiektu [1], prawdopodobieństwo a posteriori gotowości (jeżeli obiekt nie jest naprawiany) jest definiowane [1] jako:

$$K_g(t) = R(t). \quad (3.1)$$

Po okresie pracy urządzenia  $\Delta t$  badany obiekt zostaje poddany subiektywnej ocenie przez ekspertów, którzy ustalają aktualne wartości parametrów pracy i wytrzymałościowe elementu z powłoką ceramiczną. Model przyjmuje że (są to informacje niezależne). Przyjmijmy zatem następującą postać nieuszkodzalności:

$$\begin{aligned} R_{k,PP}^{KT} &= R_k^{KT}(t, TP, \omega, L, S) = Bel_k^{KT} \{ A(t, L, S, TP, \omega) \\ V_{PP} &= \iint_{D_n} f(L, S) dL dS, \\ V_{PW} &= \iiint_{D_n} f(t, TP, \omega) dt d(TP) d\omega \end{aligned} \quad (3.2)$$

gdzie:

$t$  – czas eksploatacji części konstrukcyjnej,

$L$  – głębokość pęknięcia,

$S = [S_u, S_p]^T$  – wektor wytrzymałości,

$S_u$  – wielkość pęknięcia,

$S_p$  – zużycie powłoki ceramicznej,

$TP$  – temperatura zaworu w trakcie badań,

$\omega$  – prędkość obrotowa [obr/min] tarczy z zaworami,

$k$  – kolejny element badany,

$PP$  – parametry pracy,

$PW$  – parametry wytrzymałości

$D$  – obszar decyzyjny wyznaczany przez ekspertów,

- $V_{PP}$  - objętość wyznaczona dla parametrów pracy stanowiąca najmniejszą euklidesową odległość między dwoma pomiarami dla konkretnej klasy decyzyjnej, co ilustruje rys 2a,b,  
 $V_{PW}$  - objętość wyznaczona dla parametrów wytrzymałościowych stanowiąca najmniejszą euklidesową odległość między dwoma pomiarami dla konkretnej klasy decyzyjnej, co ilustruje rys 2a,b,  
 $D_n$  - elementarne obszary decyzyjne między punktami pomiarowymi oraz między tymi obszarami, a głównym obszarem decyzyjnym D (co przedstawia rys 2a,b).

$Bel_k^{KT}(A(t, L, S, TP, \omega))$  - oznacza funkcję przekonania na to, że obiekt jest zdalny, do dalszej eksploatacji.

Dla przypadku wielu mierzonych cech obiektu,  $V_{PP}$  i  $V_{PW}$  można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} V_{PP} &= \iiint_{D_i} \dots \int_{D_n} f(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1 dX_2 \dots dX_n \\ V_{PW} &= \iiint_{D_i} \dots \int_{D_n} f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) dY_1 dY_2 \dots dY_n, \end{aligned} \quad (3.3)$$

gdzie wektor X – oznacza parametry pracy,  
 wektor Y – parametry wytrzymałości.

Ocena każdego eksperta o wartości nieuszkodzalności będzie wyznaczana na podstawie reguł: Reguła eksperta:

**JEŻELI** obiekt pracował w danym przedziale, czasu  $\Delta t^n$   
 i wystąpiły w tym czasie wartości parametrów  $t, L, S, TP, \omega$

**TO** obiekt jest {mało, średnio lub bardzo zdalny} do dalszej eksploatacji.

Powyższa reguła jest łatwa do wyznaczenia przez eksperta. Pozostaje zadać sobie pytanie w jaki sposób zbudować bazę wiedzy, która będzie reprezentatywnym zbiorem informacji o faktycznym stanie zaworu.

Oczywiście nieprecyzyjne trzy pojęcia (klasy) zdalności obiektu do dalszej eksploatacji są tylko przykładowe. Możemy projektowaniu modelu użyć czterech, pięciu, ... klas decyzyjnych.

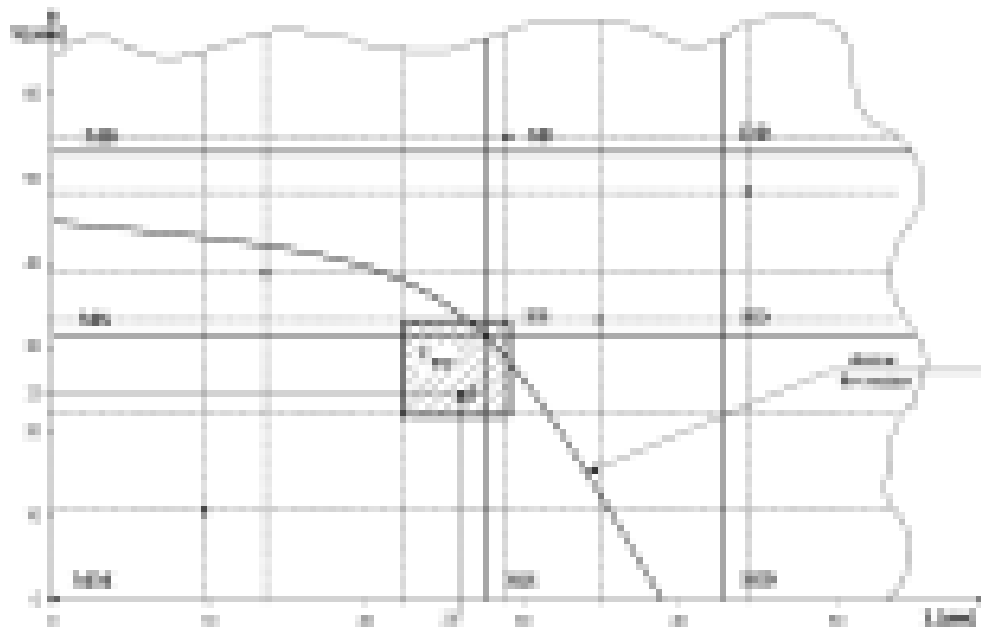
Niech  $B^E$ , będzie bazą wiedzy ustaloną przez eksperta  $E$ . Budowa takiej bazy polega na wykonywaniu co pewien określony czas subiektywnej ocenie elementu mechanicznego i zaklasyfikowaniu go do ustalonej klasy decyzyjnej. Dla uproszczenia przykładu przyjęto do analizy model trzy klasowy  $j = \{\text{małe zużycie, średnie zużycie, duże zużycie}\}$  oraz  $V_{PP} = \iiint_{D_n} f(L, S) dL dS$ ,  $V_{PW} = \iiint_{D_n} f(t, TP) dt d(TP)$ . Rozszerzenie do wielowymiarowego wektora

cech jest tutaj bardzo proste i polega jedynie na dodaniu wymiaru do układu współrzędnych kartezjańskich. Klasy na drodze subiektywnej są szacowane przez ekspertów wykonujących badania na zaworach.

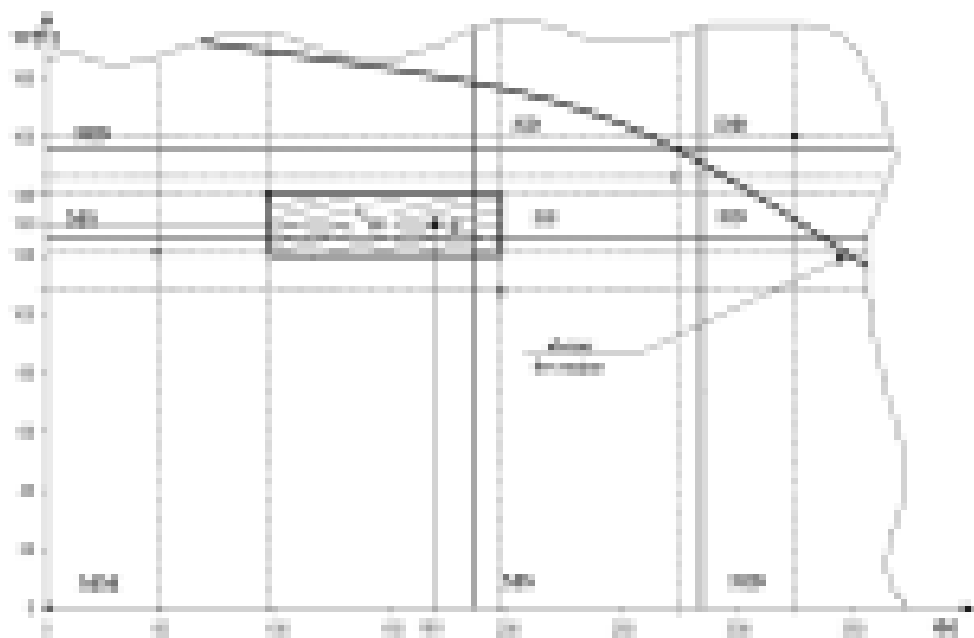
Przykładowa baza wiedzy oraz graficzna interpretacja wielkości  $V_{PP}, V_{PW}$  znajduje się na rysunku 2. Jest to oczywiście przypadek bardzo uproszczony składający się z badania dwóch zaworów z powłokami ceramicznymi oraz pięciu pomiarów.

Oznaczenia MM, MS, MD, SS, SD zawierają subiektywną ocenę o zużyciu elementu mechanicznego, np. MM (oznacza dla dwóch parametrów małe zużycie itd.).

Obszar decyzyjny jest wyznaczany na podstawie analizy badanego obiektu i jest to krzywa  $F(X)$  stanowiąca granicę, między zdatnością i nie zdatnością obiektu do dalszej eksploatacji. Do obszaru pod krzywą  $f(X)$  można więc przyporządkować funkcję alokacji prawdopodobieństwa:



Rys. 2a. Baza wiedzy – parametry wytrzymałościowe  
Fig. 2a. Knowledge bas - stamina parameters



Rys.2b. baza wiedzy – parametry pracy  
Fig. 2b. knowledge base – parameters of work

$$\begin{aligned}
 m_{D,k}^{KT}(A(t, L, S, TP)) &= m\left(\iint_{D^{PP}} f(t, TP) dt d(TP)\right) \oplus m\left(\iint_{D^{PW}} f(S, L) dS dL\right) \\
 m_{D,k}^{KT}(\neg A(t, L, S, TP)) &= 1 - m_{D,k}^{KT}(A(t, L, S, TP)) \\
 m_{D,k}^{KT}(T = \{A(t, L, S, TP), \neg A(t, L, S, TP)\}) &= m_{D,k}^{KT}(A(t, L, S, TP)) \oplus m_{D,k}^{KT}(\neg A(t, L, S, TP))
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

gdzie  $D^{PP}$  – skończony obszar decyzyjny dla parametrów pracy,  
 $D^{PW}$  – skończony obszar decyzyjny dla parametrów wytrzymałości.

$$m\left(\iint_{D^{PP}} f(t, TP) dt d(TP)\right) = \frac{\iint_{D^{PP}} f(t, TP) dt d(TP)}{\sum_{i=1}^n \iint_{D_i^{PP}} f(t, TP) dt d(TP)}
 \tag{3.5}$$

$$m\left(\iint_{D^{PW}} f(S, L) dS dL\right) = \frac{\iint_{D^{PW}} f(S, L) dS dL}{\sum_{i=1}^n \iint_{D_i^{PW}} f(S, L) dS dL}$$

W przypadku gdy dysponujemy ciągiem uczącym w postaci punktów pomiarowych rys. 2a,b, to analizując punkt pomiarowy P, korzystamy z dodatkowej informacji, jaką niosą wielkości  $V_{PP}$  i  $V_{PW}$ . Stanowią one procentowe przynależności do obszarów decyzyjnych  $D^{PP}, D^{PW}, MM, MS, SS, SD$ , co obrazuje rys 2a,b. Procentowe zależności są dzielone przez sto i uzyskujemy wartości alokacji prawdopodobieństwa dla każdego utworzonego obszaru. Następnie są liczone funkcje przekonania ze wzoru 2.1. Ostatecznie mamy:

$$Bel_k^{KT}(H) = \left( \sum_{C \in H} m_k^{KT}(C = \{A(t, L, S, TP), \neg A(t, L, S, TP)\}) \right),
 \tag{3.6}$$

natomiast

$$m_k^{KT}(C = \{A(t, L, S, TP), \neg A(t, L, S, TP)\}) = m_{D,k}^{KT}(T) \oplus m_{D_n,k}^{KT}(V_{PP}) \oplus m_{D_n,k}^{KT}(V_{PW}).
 \tag{3.7}$$

$m_{D,k}^{KT}(T)$  - rozkład funkcji alokacji prawdopodobieństwa opisany zależnością 3.4,

$m_{D_n,k}^{KT}(V_{PP})$  - rozkład funkcji alokacji prawdopodobieństwa dla parametrów pracy, opisany zależnością 3.2, uwzględniający przynależność do obszarów decyzyjnych **D**, rys. 2a,b,

$m_{D_n,k}^{KT}(V_{PW})$  - rozkład funkcji alokacji prawdopodobieństwa dla parametrów wytrzymałościowych opisany zależnością 3.2, uwzględniający przynależność do obszarów decyzyjnych **D**, rys 2a,b.

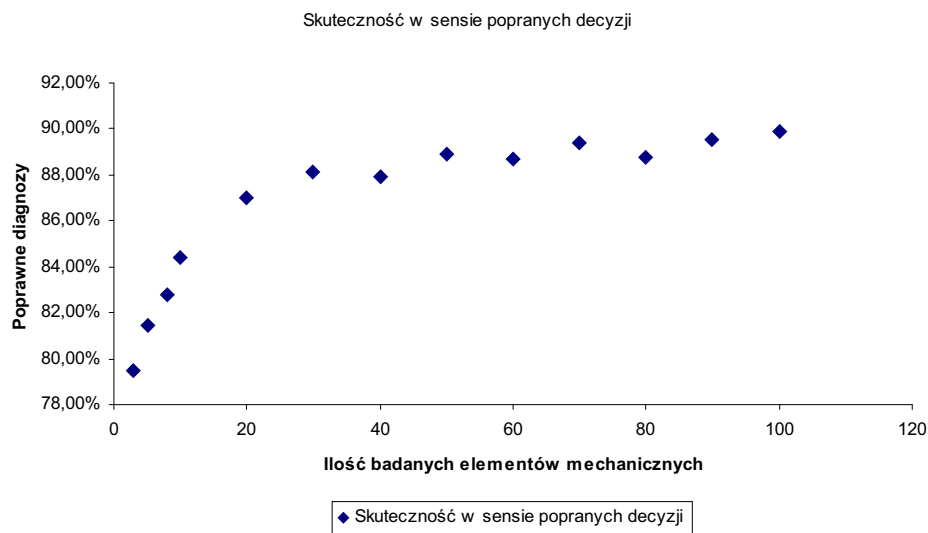
Po wyznaczeniu funkcji alokacji prawdopodobieństwa za pomocą wzoru 3.6 otrzymujemy łączny rozkład przekonania o przynależności mierzonego punktu **P** rys.2a,b, do subiektywnie wyznaczonego obszaru decyzyjnego **D**.

Jeżeli wyznaczone przekonanie ze wzoru 3.6:

$$Bel_k^{KT}(A(t, L, S, TP)) = \max Bel_k^{KT}(H),
 \tag{3.8}$$

to możemy wówczas stwierdzić, że badany element znalazł się w obszarze zdatności do dalszej eksploatacji. W przeciwnym przypadku element należy wymienić.

W celu sprawdzenia zaproponowanego w pracy algorytmu decyzyjnego wykonano symulację komputerową. Wygenerowano losowo dane empiryczne zgodne z rozkładem wykładniczym. Budując ciąg uczący, przyjęto, że wirtualnie zostanie przebadanych 5, 10, 30, 50, 80, 100, 150 elementów i na każdym z nich wykonano 10-30 pomiarów w odstępach czasu  $\Delta t$ . Do budowy bazy wiedzy wykorzystano 30 elementów, a pozostałe 20 służyło do sprawdzenia skuteczności metody. W wyniku symulacji uzyskano następujące wyniki w zależności od ilości badanych elementów.



Rys. 3. Skuteczność modelu  
Fig. 3. Effectiveness of model

#### 4. Podsumowanie

W pracy zaproponowano metodę oceny trwałości obiektu mechanicznego wykorzystując teorię Dempstera-Shafera. Ze względu na nieprecyzyjność, niepełność, brak pełnej specyfikacji opisu badanego obiektu celowym było odejście od uboższego modelu probabilistycznego.

Jak widać na wykresie rys. 3 będącym wynikiem symulacji dla dowolnie dobranych ograniczeń i wartości zmiennych nieuszkodzalności, im więcej elementów badanych, tym bogatsza baza wiedzy i tym większa skuteczność w sensie poprawnych diagnoz. Naniesione punkty na wykresie, są to wyniki pomiarów nieuszkodzalności, w odstępie czasu  $t=60h$ , do momentu zużycia granicznego. Przykłady danych rzeczywistych można będzie implementować podczas badań laboratoryjnych. Należy wtedy dobrać odpowiednio parametry niezawodności, które w największym stopniu, dyskryminują nieuszkodzalność.

#### Literatura

- [1] Nowakowski, T., *Metodyka prognozowania i niezawodności obiektów mechanicznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
- [2] Rutkowska, D, Piliński, M., Rutkowski, L., *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Łódź 1999.
- [3] Wierzchowski, R., Zieliński, R., *Komputerowe generatory liczb losowych*. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1997.
- [4] Wierchoń, S., *Metody reprezentacji i przetwarzania informacji niepewnej w ramach teorii Dempstera-Shafera*, Instytut Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1996.

- [5] Woźniak, M, *Podstawy komputerowego rozpoznawania sterowanych łańcuchów Markowa z regułami eksperta i ciągiem uczącym – algorytmy i ich zastosowanie w diagnostyce medycznej*, Praca doktorska nr 2/96, Politechnika Wroclawska, 1996.